... سلم تصحيح تحليل وتصميم الخوارزميات لطلاب السنة الرابعة / رياضيات

س2 الفصل الثالث ٢٠١٥/ ٢٠١٦

رياضيات 2

برمجة وخوارزميات

جواب السؤال الأول (12 درجة):

حل العلاقة العودية بطريقة تغيير المتغير:

$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + n$$

حيث n تمثل قوى للعدد 2.

نقوم بتغيير المتغير $n = 2^k \Rightarrow k = \log n$

$$T(2^k) = 3T(2^{k-1}) + 2^k$$

نضع $t_k = T(2^k)$ نجد:

$$t_k = 3t_{k-1} + 2^k$$

المعادلة المميزة: $(x-3)(x-2) = 0$

$x = 3$ أو $x = 2$

الحل العام:

$$t_k = c_1 3^k + c_2 2^k$$

نعود ونستبدل كل t_k بـ $T(2^k)$:

$$T(2^k) = c_1 \cdot 3^k + c_2 \cdot 2^k$$

وبما أن $n = 2^k$ و $k = \log n$ نجد:

$$T(n) = c_1 n^{\log 3} + c_2 n \in O(n^{\log 3})$$

- ١ د ١ ر ر س ٣ ١١

حل العلاقة العودية بطريقة الاستقرار الرياضي

$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{6}\right) + n$$

[نط]رح شكل الحل هو $T(n) \in O(n$.

[ن]برهن بطريقة الاستقرار الرياضي انه يوجد c بحيث أن $T(n) \leq C \cdot n$. مفروض $T(n$ نجد :

$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{6}\right) + n \leq 3 \cdot c\left(\frac{n}{6}\right) + n = n\left[1 + \frac{3c}{6}\right]$$

[حت]ى تكون $T(n) \leq C \cdot n$ يجب أن يكون :

$$n\left[1 + \frac{3c}{6}\right] \leq c \cdot n \Rightarrow \frac{6+3c}{6} \leq c$$

$$\Rightarrow 6 + 3c \leq 6c \Rightarrow 6 \leq 6c - 3c \Rightarrow 6 \leq 3c$$

وبالتالي

$$\boxed{2 \leq c}$$

وبالتالي :

$$\boxed{T(n) \leq 2 \cdot n}$$.

جواب السؤال الثالث (١٥ درجة) :

[ن]ريد أن نثبت أن زمن التنفيذ $T_n = n^3 + 2n + 1$ هو $O(n^4)$

[حس]ب تعريف O نجد : $T_n \in O(n^4)$

$T_n \leq c \cdot n^4$ لأجل $n \geq n_0$

[نتأ]كد من هذا الشرط :

$$n^3 + 20n + 1 \leq c \cdot n^4$$

[نق]سم على n^4 نجد

$$\frac{1}{n^4} + \frac{20}{n^3} + \frac{1}{n} \leq c$$

[و]من أجل $n = 1$ نجد : ($= \frac{1+20+1}{1}$) $c \geq 1 + 20 + 1 = 22$

[و]من أجل $n = 10$ نجد

$$n = 10,\ c \geq \frac{1}{10} + \frac{20}{1000} + \frac{1}{10000} = 0.1201$$

ومنه أجل $n = 10$ فإن $c \geq 0.1201$

A[12]={31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31}.

```
#include <iostream.h>
#define   K 12
void main()
{
int A[K], m, d, S, i, j, t, X;
 cin>> m ; cin >> d;  j=0 ; t=0; ; S=d;
For(i=0; i<m-1; ++i)
 S = S + A[i];  cout << S;
For(i=0; i< ; ++i)
 if (A[i] % 2 != 0)
 { cout<< A[i];
  j= j+1;
 }
 cout << j;
 for (i=0 ; i<K; ++i)
 if((A[i] % 2 ==0) || (A[i] % 5 ==0))
 { cout<< A[i];
  t=t+1;
 }
 cout << t;
 For(i=0 ; i< K; ++i)
 { A[i] = 8 * A[i];
 } cout<< A[i];
 X = A[0]; A[0] = A[K-1]; A[K-1] = A[0];
 cout << A[0] << A[K-1];
```


Scanned by CamScanner

```
for (i=1 ;i <=n ; ++i)
{
 for ( j=n ; j>=i ; --j)
  if( a[j-1] > A[j])
  {
   x = a[j-1];
   a[j-1] = a[j];
   a[j] = x;
  }
 }
 for (i=0 ;i<K; ++i)
  cout<< A[i];
}
```


Scanned by CamScanner

جواب السؤال السابع (14 درجة)

```
#include <iostream.h>
int cub(int X1);
int sq(int X2);
int sum(int *X3, int *X4);
int fact (int X5);
void main()
{
 int a, b, n, S, S1, S2, S3, S4, S5;
 cin>> a>> b>> n;
  S1 = cub(a);
  S2 = sq(b);
  S3 = sum(&a, &b);
  S4 = fact(n);
  S = S1 + S2 + S3 + S4;
  cout<<"\n Sz"<<S;
}
int cub(int X1)
{int y1;
  y1 = X1 * X1 * X1 ; return(y1);
}
int sq(int X2)
{int y2;
  y2 = X2 * X2 ; return(y2);
}
int sum (int *X3, int *X4)
{int t;
  t = *X3 + *X4 ; return(t);
}
int fact (int X5);
{if (X5 <= 1) return(1);
else return(X5 * fact(X5 -1));
}
```

انتهت الأسئلة

مدرس المقرر: د. زكريا زكريا

د.ر